

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

МАТЕМАТИКА — 7 КЛАСС

ТРЕНАЖЕР

по теме: «Формулы сокращенного
умножения»

Автор:

А. В. Щеколдина

Уровень:

Базовый и повышенный

14 августа 2026 г.

Теория

Формулы сокращённого умножения — это алгебраические тождества, позволяющие быстро выполнять умножение и возведение в степень некоторых выражений, избегая длинных вычислений. Разберём пять самых базовых из них.

1. Квадрат суммы

Формула:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Объяснение: квадрат суммы двух выражений равен квадрату первого выражения плюс удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.

Пример 1:

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$$

2. Квадрат разности

Формула:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Объяснение: квадрат разности двух выражений равен квадрату первого выражения минус удвоенное произведение первого и второго выражений плюс квадрат второго выражения.

Пример 2:

$$(2y - 5)^2 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot 5 + 5^2 = 4y^2 - 20y + 25$$

3. Разность квадратов

Формула:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Объяснение: разность квадратов двух выражений равна произведению суммы этих выражений на их разность.

Пример 3:

$$9x^2 - 16 = (3x)^2 - 4^2 = (3x - 4)(3x + 4)$$

4. Сумма кубов

Формула:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Объяснение: сумма кубов двух выражений равна произведению суммы этих выражений на неполный квадрат их разности.

Пример 4: разложите на множители выражение $216 + 64n^3$.

Решение:

1. Представим каждое слагаемое в виде куба:

- $216 = 6^3$;
- $64n^3 = (4n)^3$.

2. Применим формулу суммы кубов:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2),$$

где $a = 6$, $b = 4n$. 3. Подставим значения в формулу:

$$6^3 + (4n)^3 = (6 + 4n)(6^2 - 6 \cdot 4n + (4n)^2).$$

4. Упростим выражение:

$$(6 + 4n)(36 - 24n + 16n^2).$$

Ответ: $(6 + 4n)(36 - 24n + 16n^2)$.

5. Разность кубов

Формула:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Объяснение: разность кубов двух выражений равна произведению разности этих выражений на неполный квадрат их суммы.

Пример 5: разложите на множители выражение $8x^3 - 27y^6$.

Решение:

1. Представим каждое слагаемое в виде куба:

- $8x^3 = (2x)^3$;
- $27y^6 = (3y^2)^3$.

2. Применим формулу разности кубов:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

где $a = 2x$, $b = 3y^2$.

3. Подставим значения в формулу:

$$(2x)^3 - (3y^2)^3 = (2x - 3y^2)((2x)^2 + 2x \cdot 3y^2 + (3y^2)^2).$$

4. Упростим выражение:

$$(2x - 3y^2)(4x^2 + 6xy^2 + 9y^4).$$

Ответ: $(2x - 3y^2)(4x^2 + 6xy^2 + 9y^4)$.

Пример 6: докажите, что значение выражения $36^3 - 21^3$ кратно 5.

Решение:

1. Применим формулу разности кубов:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2),$$

где $a = 36$, $b = 21$.

2. Подставим значения:

$$36^3 - 21^3 = (36 - 21)(36^2 + 36 \cdot 21 + 21^2).$$

3. Упростим первый множитель:

$$36 - 21 = 15.$$

4. Так как 15 делится на 5, то и всё произведение делится на 5.

Вывод: $36^3 - 21^3$ кратно 5.

Квадрат суммы

I. Преобразование в многочлен

Раскройте скобки, используя формулу квадрата суммы.

- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| 1. $(x + 1)^2$ | 19. $(10q + 9)^2$ |
| 2. $(y + 2)^2$ | 20. $(11r + 10)^2$ |
| 3. $(a + 3)^2$ | 21. $(\frac{1}{2}x + 1)^2$ |
| 4. $(b + 4)^2$ | 22. $(\frac{1}{3}y + 2)^2$ |
| 5. $(c + 5)^2$ | 23. $(\frac{2}{3}a + \frac{1}{2})^2$ |
| 6. $(m + 6)^2$ | 24. $(\frac{3}{4}b + \frac{2}{5})^2$ |
| 7. $(n + 7)^2$ | 25. $(\frac{5}{6}c + \frac{3}{4})^2$ |
| 8. $(p + 8)^2$ | 26. $(0,5x + 1)^2$ |
| 9. $(q + 9)^2$ | 27. $(1,2y + 0,3)^2$ |
| 10. $(r + 10)^2$ | 28. $(2,5a + 1,4)^2$ |
| 11. $(2x + 1)^2$ | 29. $(0,8b + 2,1)^2$ |
| 12. $(3y + 2)^2$ | 30. $(3,6c + 0,7)^2$ |
| 13. $(4a + 3)^2$ | 31. $(x + y)^2$ |
| 14. $(5b + 4)^2$ | 32. $(2a + 3b)^2$ |
| 15. $(6c + 5)^2$ | 33. $(4m + 5n)^2$ |
| 16. $(7m + 6)^2$ | 34. $(6p + 7q)^2$ |
| 17. $(8n + 7)^2$ | 35. $(8r + 9s)^2$ |
| 18. $(9p + 8)^2$ | |

II. Разложение на множители

Разложите на множители, используя формулу квадрата суммы.

- | | |
|-------------------------|---|
| 1. $x^2 + 2x + 1$ | 19. $100q^2 + 180q + 81$ |
| 2. $y^2 + 4y + 4$ | 20. $121r^2 + 220r + 100$ |
| 3. $a^2 + 6a + 9$ | 21. $\frac{1}{4}x^2 + x + 1$ |
| 4. $b^2 + 8b + 16$ | 22. $\frac{1}{9}y^2 + \frac{2}{3}y + 1$ |
| 5. $c^2 + 10c + 25$ | 23. $\frac{4}{9}a^2 + \frac{4}{3}a + 1$ |
| 6. $m^2 + 12m + 36$ | 24. $\frac{9}{16}b^2 + \frac{3}{2}b + 1$ |
| 7. $n^2 + 14n + 49$ | 25. $\frac{25}{36}c^2 + \frac{5}{3}c + 1$ |
| 8. $p^2 + 16p + 64$ | 26. $0,25x^2 + x + 1$ |
| 9. $q^2 + 18q + 81$ | 27. $0,09y^2 + 0,6y + 1$ |
| 10. $r^2 + 20r + 100$ | 28. $1,44a^2 + 2,4a + 1$ |
| 11. $4x^2 + 4x + 1$ | 29. $2,25b^2 + 3b + 1$ |
| 12. $9y^2 + 12y + 4$ | 30. $4,84c^2 + 4,4c + 1$ |
| 13. $16a^2 + 24a + 9$ | 31. $x^2 + 2xy + y^2$ |
| 14. $25b^2 + 40b + 16$ | 32. $4a^2 + 12ab + 9b^2$ |
| 15. $36c^2 + 60c + 25$ | 33. $9m^2 + 30mn + 25n^2$ |
| 16. $49m^2 + 84m + 36$ | 34. $16p^2 + 56pq + 49q^2$ |
| 17. $64n^2 + 112n + 49$ | 35. $25r^2 + 90rs + 81s^2$ |
| 18. $81p^2 + 144p + 64$ | 36. $x^4 + 2x^2 + 1$ |

Квадрат разности

I. Преобразование в многочлен

Раскройте скобки, используя формулу квадрата разности.

- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| 1. $(x - 1)^2$ | 19. $(10q - 9)^2$ |
| 2. $(y - 2)^2$ | 20. $(11r - 10)^2$ |
| 3. $(a - 3)^2$ | 21. $(\frac{1}{2}x - 1)^2$ |
| 4. $(b - 4)^2$ | 22. $(\frac{1}{3}y - 2)^2$ |
| 5. $(c - 5)^2$ | 23. $(\frac{2}{3}a - \frac{1}{2})^2$ |
| 6. $(m - 6)^2$ | 24. $(\frac{3}{4}b - \frac{2}{5})^2$ |
| 7. $(n - 7)^2$ | 25. $(\frac{5}{6}c - \frac{3}{4})^2$ |
| 8. $(p - 8)^2$ | 26. $(0,5x - 1)^2$ |
| 9. $(q - 9)^2$ | 27. $(1,2y - 0,3)^2$ |
| 10. $(r - 10)^2$ | 28. $(2,5a - 1,4)^2$ |
| 11. $(2x - 1)^2$ | 29. $(0,8b - 2,1)^2$ |
| 12. $(3y - 2)^2$ | 30. $(3,6c - 0,7)^2$ |
| 13. $(4a - 3)^2$ | 31. $(2a - 3b)^2$ |
| 14. $(5b - 4)^2$ | 32. $(4m - 5n)^2$ |
| 15. $(6c - 5)^2$ | 33. $(6p - 7q)^2$ |
| 16. $(7m - 6)^2$ | 34. $(8r - 9s)^2$ |
| 17. $(8n - 7)^2$ | |
| 18. $(9p - 8)^2$ | |

II. Разложение на множители

Разложите на множители, используя формулу квадрата разности.

- | | |
|------------------------|----------------------------|
| 1. $x^2 - 2x + 1$ | 16. $49m^2 - 84m + 36$ |
| 2. $y^2 - 4y + 4$ | 17. $64n^2 - 112n + 49$ |
| 3. $a^2 - 6a + 9$ | 18. $81p^2 - 144p + 64$ |
| 4. $b^2 - 8b + 16$ | 19. $100q^2 - 180q + 81$ |
| 5. $c^2 - 10c + 25$ | 20. $121r^2 - 220r + 100$ |
| 6. $m^2 - 12m + 36$ | 21. $x^2 - 2xy + y^2$ |
| 7. $n^2 - 14n + 49$ | 22. $4a^2 - 12ab + 9b^2$ |
| 8. $p^2 - 16p + 64$ | 23. $9m^2 - 30mn + 25n^2$ |
| 9. $q^2 - 18q + 81$ | 24. $16p^2 - 56pq + 49q^2$ |
| 10. $r^2 - 20r + 100$ | 25. $25r^2 - 90rs + 81s^2$ |
| 11. $4x^2 - 4x + 1$ | 26. $x^4 - 2x^2 + 1$ |
| 12. $9y^2 - 12y + 4$ | 27. $y^6 - 4y^3 + 4$ |
| 13. $16a^2 - 24a + 9$ | 28. $a^8 - 6a^4 + 9$ |
| 14. $25b^2 - 40b + 16$ | 29. $b^{10} - 8b^5 + 16$ |
| 15. $36c^2 - 60c + 25$ | 30. $c^{12} - 10c^6 + 25$ |

Разность квадратов

I. Преобразование в многочлен

Раскройте скобки, используя формулу разности квадратов.

- | | |
|--|--------------------------------|
| 1. $(x - 1)(x + 1)$ | 14. $(1,2b - 0,3)(1,2b + 0,3)$ |
| 2. $(y - 2)(y + 2)$ | 15. $(2,5c - 1,4)(2,5c + 1,4)$ |
| 3. $(a - 3)(a + 3)$ | 16. $(x - y)(x + y)$ |
| 4. $(b - 4)(b + 4)$ | 17. $(2a - 3b)(2a + 3b)$ |
| 5. $(c - 5)(c + 5)$ | 18. $(4m - 5n)(4m + 5n)$ |
| 6. $(2x - 1)(2x + 1)$ | 19. $(6p - 7q)(6p + 7q)$ |
| 7. $(3y - 2)(3y + 2)$ | 20. $(8r - 9s)(8r + 9s)$ |
| 8. $(4a - 3)(4a + 3)$ | 21. $(x^2 - 1)(x^2 + 1)$ |
| 9. $(5b - 4)(5b + 4)$ | 22. $(y^3 - 2)(y^3 + 2)$ |
| 10. $(6c - 5)(6c + 5)$ | 23. $(a^4 - 3)(a^4 + 3)$ |
| 11. $(\frac{1}{2}x - 1)(\frac{1}{2}x + 1)$ | 24. $(b^5 - 4)(b^5 + 4)$ |
| 12. $(\frac{1}{3}y - \frac{1}{2})(\frac{1}{3}y + \frac{1}{2})$ | 25. $(c^6 - 5)(c^6 + 5)$ |
| 13. $(0,5a - 1)(0,5a + 1)$ | |

II. Разложение на множители

Разложите на множители, используя формулу разности квадратов.

- | | |
|------------------------------------|----------------------|
| 1. $x^2 - 1$ | 14. $1,44b^2 - 0,09$ |
| 2. $y^2 - 4$ | 15. $6,25c^2 - 1,96$ |
| 3. $a^2 - 9$ | 16. $x^2 - y^2$ |
| 4. $b^2 - 16$ | 17. $4a^2 - 9b^2$ |
| 5. $c^2 - 25$ | 18. $16m^2 - 25n^2$ |
| 6. $4x^2 - 1$ | 19. $36p^2 - 49q^2$ |
| 7. $9y^2 - 4$ | 20. $64r^2 - 81s^2$ |
| 8. $16a^2 - 9$ | 21. $x^4 - 1$ |
| 9. $25b^2 - 16$ | 22. $y^6 - 4$ |
| 10. $36c^2 - 25$ | 23. $a^8 - 9$ |
| 11. $\frac{1}{4}x^2 - 1$ | 24. $b^{10} - 16$ |
| 12. $\frac{1}{9}y^2 - \frac{1}{4}$ | 25. $c^{12} - 25$ |
| 13. $0,25a^2 - 1$ | |

III. Задачи на доказательство

1. Докажите, что $47^2 - 33^2$ кратно 14.
2. Докажите кратность 8 для выражения $65^2 - 57^2$.
3. Докажите, что $88^2 - 72^2$ делится на 16.
4. Докажите, что $95^2 - 85^2$ кратно 10.
5. Докажите, что $103^2 - 97^2$ делится на 6.

Разность кубов

I. Разложение на множители

Разложите на множители следующие выражения, используя формулу разности кубов.

- | | |
|-----------------------------|---|
| 1. $x^3 - 8$ | 16. $125x^3y^6 - 8z^9$ |
| 2. $27 - y^3$ | 17. $64a^{15}b^6 - 125c^{18}$ |
| 3. $8a^3 - 1$ | 18. $125x^{21}y^{12} - 216z^{24}$ |
| 4. $64b^3 - 27$ | 19. $(4p^5 + 3q^4)^3 - (2p^5 - q^4)^3$ |
| 5. $125c^3 - 64$ | 20. $216m^{27}n^9 - 343k^{30}$ |
| 6. $m^3 - 1000$ | 21. $(2x^2 + 1)^3 - (x^2 - 1)^3$ |
| 7. $216n^3 - 125$ | 22. $8y^6 - (y^3 + 2)^3$ |
| 8. $p^3 - \frac{1}{8}$ | 23. $(3a^3 + b^2)^3 - (a^3 - 2b^2)^3$ |
| 9. $0,027t^3 - 8$ | 24. $27c^9d^3 - (2c^3d - 1)^3$ |
| 10. $(x + 1)^3 - 27$ | 25. $(m^4 + n^3)^3 - (m^4 - n^3)^3$ |
| 11. $8y^3 - (y - 1)^3$ | 26. $(5a^6 + 2b^5)^3 - (3a^6 - b^5)^3$ |
| 12. $(2a - 3)^3 - b^3$ | 27. $(a^2 - b)^3 - (a^2 + b)^3$ |
| 13. $64c^3 - (3c + 2)^3$ | 28. $512x^{33}y^{24} - 729z^{36}$ |
| 14. $(m + n)^3 - (m - n)^3$ | 29. $(6m^7 + 5n^6)^3 - (4m^7 - 3n^6)^3$ |
| 15. $27a^3b^3 - c^3$ | 30. $1000p^{39}q^{30} - 1331r^{42}$ |

II. Задачи на доказательство

- Докажите, что значение выражения $27^3 - 12^3$ кратно 5.
- Докажите, что $45^3 - 30^3$ делится на 15.
- Докажите, что $64^3 - 44^3$ кратно 20.

Сумма кубов

I. Разложение на множители

Разложите на множители следующие выражения, используя формулу суммы кубов.

- | | |
|--------------------------|--|
| 1. $x^3 + 8$ | 16. $64c^3 + (3c + 2)^3$ |
| 2. $27 + y^3$ | 17. $(m + n)^3 + (m - n)^3$ |
| 3. $8a^3 + 1$ | 18. $27a^{12} - 64b^{15}$ |
| 4. $64b^3 + 27$ | 19. $343p^{24} - 512q^{27}$ |
| 5. $125c^3 + 64$ | 20. $729r^{30} - 1000s^{33}$ |
| 6. $m^3 + 1000$ | 21. $27a^3b^3 + c^3$ |
| 7. $216n^3 + 125$ | 22. $125x^3y^6 + 8z^9$ |
| 8. $p^3 + \frac{1}{8}$ | 23. $(2x^2 + 1)^3 + (x^2 - 1)^3$ |
| 9. $\frac{8}{27}q^3 + 1$ | 24. $8y^6 + (y^3 + 2)^3$ |
| 10. $1000r^3 + 343$ | 25. $(3a^3 + b^2)^3 + (a^3 - 2b^2)^3$ |
| 11. $s^3 + 0,001$ | 26. $27c^9d^3 + (2c^3d - 1)^3$ |
| 12. $0,027t^3 + 8$ | 27. $(m^4 + n^3)^3 + (m^4 - n^3)^3$ |
| 13. $(x + 1)^3 + 27$ | 28. $216m^{27}n^9 + 343k^{30}$ |
| 14. $8y^3 + (y - 1)^3$ | 29. $(5a^6 + 2b^5)^3 + (3a^6 - b^5)^3$ |
| 15. $(2a - 3)^3 + b^3$ | 30. $(a^2 - b)^3 + (a^2 + b)^3$ |

II. Задачи на доказательство

1. Докажите, что $19^3 + 11^3$ кратно 30.
2. Докажите, что $37^3 + 23^3$ делится на 60.
3. Докажите, что $52^3 + 38^3$ кратно 90.