

Тренировочные задания

1. В треугольнике ABC с тупым углом ABC проведены высоты AA_1 и CC_1 . Докажите, что треугольники A_1BC_1 и ABC подобны.
2. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что углы AA_1B_1 и ABB_1 равны.
3. В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
4. Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырёхугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.
5. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и BDA подобны.
6. На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади трапеции.
7. Точка E – середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.
8. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.
9. Биссектрисы углов C и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке P , лежащей на стороне AB . Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC , CD и AD .
10. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.
11. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K – середина BC .
12. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и Q соответственно. Докажите, что отрезки BP и DQ равны.
13. Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K – середина стороны BC . Докажите, что AK – биссектриса угла BAD .
14. Окружности с центрами в точках M и N пересекаются в точках S и T , причём точки M и N лежат по одну сторону от прямой ST . Докажите, что прямые MN и ST перпендикулярны.
15. Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m : n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m : n$.

Источник заданий: fipi.ru.