

Содержание

1	ЕГЭ 2023	2
2	ЕГЭ 2022	3
3	ЕГЭ 2021	4
4	ЕГЭ 2020	5

1 ЕГЭ 2023

1. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 21%.

а) Может ли в этом классе быть 5 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 30%, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

2. В классе больше 10, но не больше 26 учащихся, а доля девочек не превышает 36%.

а) Может ли в этом классе быть 7 девочек?

б) Может ли доля девочек составить 45%, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

3. Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.

а) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 16 см на куски длиной 1 см?

б) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 100 см на куски длиной 1 см?

в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 200 см на куски длиной 1 см?

4. Деревянную линейку, длина которой выражается целым числом сантиметров, разрезают на куски. За один ход можно взять один или несколько кусков линейки, положить их друг на друга и разрезать каждый из них на две части, длины которых выражаются целым числом сантиметров.

а) Можно ли за пять ходов разрезать линейку длиной 32 см на куски длиной 1 см?

б) Можно ли за четыре хода разрезать линейку длиной 50 см на куски длиной 1 см?

в) Какое наименьшее число ходов нужно сделать, чтобы разрезать линейку длиной 300 см на куски длиной 1 см?

5. Дано натуральное число. На каждом ходе из него либо вычитают утроенную сумму цифр, либо прибавляют утроенную сумму цифр, так, что полученное число остается натуральным.

а) Могло ли из числа 65 получиться число 41?

б) Могло ли из числа 65 получиться число 43?

в) Какое наименьшее двузначное число можно получить из 65?

6. Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить утроенную сумму его цифр, либо вычесть утроенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.

а) Можно ли получить из числа 128 число 29?

б) Можно ли получить из числа 128 число 31?

в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 128?

2 ЕГЭ 2022

1. Есть три коробки: в первой коробке 64 камня, во второй — 77 камней, а в третьей коробке камней нет. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Может ли в первой коробке оказаться 64 камня, во второй — 59 камней, а в третьей — 18 камней?
- б) Может ли в третьей коробке оказаться 141 камень?
- в) В первой коробке оказался 1 камень. Какое наибольшее число камней может оказаться в третьей коробке?

2. Есть четыре коробки с камнями: в первой коробке 121 камень, во второй — 122, в третьей — 123, а в четвёртой камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трех коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Может ли в первой коробке оказаться 121 камень, во второй — 122, в третьей — 119, а в четвёртой 4 камня?
- б) Может ли в последней коробке быть 366 камней?
- в) Какое максимальное число камней может быть в четвёртой коробке?

3. По кругу расставлено N различных натуральных чисел, каждое из которых не превосходит 425, так, что сумма любых трёх последовательных чисел не делится на 2, а сумма любых четырёх последовательных чисел делится на 4.

- а) Может ли N быть равным 280?
- б) Может ли N быть равным 149?
- в) Какое наибольшее значение может принимать N ?

4. По кругу расставлено N различных натуральных чисел, меньших 340, так, что сумма любых трёх последовательных чисел не делится на 3, а сумма любых четырёх последовательных делится на 3.

- а) Может ли $N = 240$?
- б) Может ли $N = 129$?
- в) Какое наибольшее значение может принимать N ?

5. С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 300?
- б) Могло ли в результате такой операции получиться число 151?
- в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 100 до 600 включительно?

6. С трёхзначным числом производят следующую операцию: вычитают из него сумму его цифр, а затем получившуюся разность делят на 3.

- а) Могло ли в результате такой операции получиться число 201?
- б) Могло ли в результате такой операции получиться число 251?
- в) Сколько различных чисел может получиться в результате такой операции из чисел от 600 до 999 включительно?

3 ЕГЭ 2021

1. Отношение трехзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.
- а) Может ли это отношение быть равным 11?
 - б) Может ли это отношение быть равным 5?
 - в) Какое наибольшее значение может принимать это отношение, если число не делится на 100 и его первая цифра равна 7?
2. Отношение трехзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.
- а) Может ли это отношение быть равным 13?
 - б) Может ли это отношение быть равным 6?
 - в) Какое наибольшее значение может принимать это отношение, если число не делится на 100 и его первая цифра равна 6?
3. Даны три различных натуральных числа такие, что второе число равно сумме цифр первого, а третье — сумме цифр второго.
- а) Может ли сумма трех чисел быть равной 420?
 - б) Может ли сумма трех чисел быть равной 419?
 - в) Сколько существует троек чисел, таких что: первое число — трехзначное, а последнее равно 5?
4. Даны три различных натуральных числа такие, что второе число равно сумме цифр первого, а третье — сумме цифр второго.
- а) Может ли сумма трех чисел быть равной 2022?
 - б) Может ли сумма трех чисел быть равной 2021?
 - в) Сколько существует троек чисел, таких что первое число трехзначное, а последнее равно 2?
5. Первый член конечной геометрической прогрессии, состоящей из трехзначных натуральных чисел равен 128. Известно, что в прогрессии не меньше трех чисел.
- а) Может ли число 686 являться членом такой прогрессии?
 - б) Может ли число 496 являться членом такой прогрессии?
 - в) Какое наибольшее число может являться членом такой прогрессии?
6. Первый член конечной геометрической прогрессии, состоящей из трехзначных натуральных чисел равен 272. Известно, что в прогрессии не меньше трех чисел.
- а) Может ли число 425 являться членом такой прогрессии?
 - б) Может ли число 680 являться членом такой прогрессии?
 - в) Какое наибольшее число может являться членом такой прогрессии?

4 ЕГЭ 2020

1. На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 6, к каждому числу из второй группы приписали справа цифру 9, а числа третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 9 раз?
- б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 19 раз?
- в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?

2. На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 3, к каждому числу из второй группы приписали справа цифру 7, а числа третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 8 раз?
- б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 17 раз?
- в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?

3. На доске написано несколько различных натуральных чисел, каждое из которых делится на 3 и оканчивается на 6.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 198?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равна 270?
- в) Какое наибольшее количество чисел может быть на доске, если их сумма равна 1518?

4. На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 4.

- а) Может ли сумма составлять 282?
- б) Может ли их сумма составлять 390?
- в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2226?

5. В наборе 100 гирек весом 1, 2, ..., 100 граммов. Их разложили на две кучки, так что в каждой кучке есть хотя бы одна гирька. Потом из второй кучки переложили одну гирьку в первую кучку. В результате средняя масса гирьки в первой кучке увеличилась ровно на один грамм.

- а) Могла ли первая кучка (до переукладывания) состоять из гирек с весами 1 г, 5 г, 9 г?
- б) Мог ли средний вес гирек в первой кучке до переукладывания равняться 7,5 г?
- в) Какое максимальное количество гирек могло быть первоначально в первой кучке?

6. Сорок гирек массой 1 г, 2 г, ..., 40 г разложили по двум кучам, в каждой куче хотя бы одна гирька. Масса каждой гирьки выражается целым числом граммов. Затем из второй кучи переложили в первую одну гирьку. После этого средняя масса гирек в первой куче увеличилась на 1 г.

- а) Могло ли такое быть, если первоначально в первой куче лежали только гирьки массой 6 г, 10 г и 14 г?
- б) Могла ли средняя масса гирек в первой куче первоначально равняться 8,5 г?
- в) Какое наибольшее число гирек могло быть первоначально в первой кучке?